

Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 27 MARS 2021

Exposé n° 1174

Thomas BLOOM

Quantitative inverse theory of Gowers uniformity norms, *after F. Manners*

Gowers uniformity norms are the central object of higher-order Fourier analysis, one of the cornerstones of additive combinatorics, and play an important role in both Gowers' proof of Szemerédi's theorem and the Green-Tao theorem. The inverse theorem states that if a function has a large uniformity norm, which is a robust combinatorial measure of structure, then it must correlate with a nilsequence, which is a highly structured algebraic object. This was proved in a qualitative sense by Green, Tao, and Ziegler, but with a proof that was incapable of providing reasonable bounds. In 2018 Manners achieved a breakthrough by giving a new proof of the inverse theorem. Not only does this new proof give a wealth of new insights but it also, for the first time, provides quantitative bounds, that are at worst only doubly exponential. This talk will give a high-level overview of what the inverse theorem says, why it is important, and the new proof of Manners.

Théorie inverse quantitative pour les normes d'uniformité de Gowers, d'après F. Manners

Les normes d'uniformité de Gowers sont l'objet central de l'analyse de Fourier d'ordre supérieur, une des pierres angulaires de la combinatoire additive, et jouent un rôle important dans la preuve de Gowers du théorème de Szemerédi et du théorème de Green-Tao. Le théorème inverse stipule que si une fonction a une grande norme d'uniformité, qui est une mesure combinatoire robuste de la structure, alors elle doit être corrélée avec une séquence nulle, qui est un objet algébrique hautement structuré. Cela a été prouvé de manière qualitative par Green, Tao et Ziegler, mais avec une preuve qui était incapable de fournir des limites raisonnables. En 2018, Manners a réalisé une percée en donnant une nouvelle preuve du théorème inverse. Non seulement cette nouvelle preuve donne une foule de nouvelles idées, mais elle fournit également, pour la première fois, des limites quantitatives qui, au pire, ne sont que doublement exponentielles. Cet exposé donnera un aperçu de haut niveau de ce que dit le théorème inverse, de son importance et de la nouvelle preuve de Manners.

*Le texte de l'exposé sera disponible après le Séminaire.
The text of the talk will be made available after the Seminar.*