

# Séminaire N. Bourbaki

**SAMEDI 28 MARS 2020**

Exposé n° 1176

Ilaria MONDELLO

## **Structure des espaces limites des variétés non effondrées à courbure de Ricci minorée,**

*d'après J. Cheeger, W. Jiang et A. Naber*

---

Grâce au célèbre théorème de pré-compacité démontré par Gromov en 1981, nous savons que toute suite de variétés à courbure de Ricci minorée possède une sous-suite convergente vers un espace métrique en topologie de Gromov-Hausdorff pointée. Depuis lors, de nombreux mathématiciens, Anderson, Bando, Kasue, Nakajima, Cheeger, Colding, Tian, ont exploré la structure de cet espace limite, en particulier dans le cas de variétés à courbure de Ricci bornée, non effondrées, c'est-à-dire dont le volume de la boule unitaire est uniformément minoré. Les récents travaux de Cheeger, Jiang et Naber ont permis des avancées significatives dans la compréhension de la géométrie des espaces limites non effondrés. Ils ont ainsi démontré que, pour une suite de variétés à courbure de Ricci bornée, et sans hypothèse supplémentaire sur la courbure de Riemann, le lieu singulier est de codimension au moins quatre et de mesure d'Hausdorff correspondante finie (conjecture de la codimension quatre). Pour une suite de variétés dont la courbure de Ricci est seulement minorée, ils ont prouvé la rectifiabilité du lieu singulier et l'unicité presque partout des cônes tangents, ce qui améliore grandement les résultats connus sur les singularités de l'espace limite.

## **Structure of the limit spaces of non collapsed manifolds with Ricci curvature bounded from below**

---

Thanks to the celebrated precompactness Theorem proved by Gromov in 1981, we know that every sequence of manifolds with Ricci curvature bounded from below admits a converging subsequence in the pointed Gromov-Hausdorff topology. Since then, many mathematicians, Anderson, Bando, Kasue, Nakajima, Cheeger, Colding, Tian, have explored the structure of the limit space, in particular in the case of manifolds with bounded Ricci curvature without collapsing, namely carrying a uniform lower bound on the volume of the unit ball. The recent work by Cheeger, Jiang, and Naber allows significant advances in the understanding of the geometry of non collapsed limit spaces. They showed that, for every sequence of manifolds with bounded Ricci curvature, and without further assumption on the Riemann curvature, the singular set is of codimension at least 4 and of finite Hausdorff measure (codimension 4 conjecture). For a sequence of manifolds whose Ricci curvature is only bounded from below, they proved the rectifiability of the singular set and the almost everywhere uniqueness of tangent cones, greatly improving the known results on the singularities of limit spaces.