SÉMINAIRE NICOLAS BOURBAKI
16–17 NOVEMBRE 1996
RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

BUFF Xavier *Ensembles de Julia de mesure strictement positive* [*d'après van Strien et Nowicki*]

L'ensemble de Julia est un objet central de la dynamique des applications holomorphes. Il s'agit de l'adhérence de l'ensemble des points périodiques répulsifs de l'application. On sait depuis longtemps que l'ensemble de Julia d'un polynôme est d'intérieur vide. Il aurait donc été naturel de penser que la mesure de Lebesgue de ces ensembles était nulle. Nous nous proposons d'exposer le résultat de van Strien et Nowicki qui démontrent que les polynômes de Fibonacci de degré suffisamment grand ont un ensemble de Julia de mesure de Lebesgue strictement positive.

KONTSEVICH Maxim *Product formulas for modular forms on* $O(2,n)$ [*after R. Borcherds*]

One of the examples of R. Borcherds's product formulas is the following. Let $j(q) = q^{-1}+744+196884q+\ldots = q^{-1}+744+\sum_{n=1}^{\infty} c(k)q^k$ be the classical modular function. Then for $0<|p|,|q|\ll 1$ one has the equality $j(p)-j(q) = (p^{-1}-q^{-1})\prod_{k,l=1}^{\infty}(1-p^k q^l)^{c(kl)}$.

In general, meromorphic classical modular forms of weight $1-n/2$ for $SL(2,\mathbf{Z})$ with poles only at cusps produce meromorphic modular forms on Shimura varieties associated with the Lie group $O(2,n)$.

We describe Borcherds's result and its recent applications.

LOESER François *Exposants p–adiques et indice des équations différentielles p–adiques* [*d'après G. Christol et Z. Mebkhout*]

Si les propriétés algébriques et analytiques complexes des équations différentielles peuvent maintenant être considérées comme bien comprises, il n'en est pas de même de leurs propriétés p-adiques. Dans cet exposé nous présenterons les travaux récents de Christol et Mebkhout sur ce sujet, en mettant l'accent sur les points suivants : définition des exposants p-adiques pour les équations différentielles p-adiques vérifiant la “condition de Robba” dans une couronne, forme normale de Fuchs lorsque les différences d'exposants p-adiques ne sont pas de Liouville, pentes p-adiques pour les équations différentielles solubles et finitude de l'indice lorsque les exposants p-adiques et leurs différences ne sont pas de Liouville.

PANSU Pierre *Volume, courbure et entropie* [*d'après G. Besson, G. Courtois et S. Gallot*]

Parmi toutes les métriques riemanniennes sur une variété compacte M dont la courbure varie entre -1 et 1, laquelle a le plus petit volume ? Récemment, G. Besson, G. Courtois et S. Gallot ont montré qu'une métrique à courbure sectionnelle -1, lorsqu'il en existe, possède cette propriété de minimum. L'exposé expliquera la preuve de ce résultat ainsi que ses nombreuses conséquences. Deux notions jouent un rôle important. Une sorte de volume purement topologique, le *volume simplicial* de M. Gromov, et un invariant issu de la théorie ergodique, l'*entropie* du flot géodésique.

WALDSCHMIDT Michel *Sur la nature arithmétique des valeurs de fonctions modulaires*

Soit $J(q) = (1/q)+744+196884q+\cdots$ la fonction modulaire. La question, posée par Mahler et Manin, de la transcendance de $J(q)$ quand q est un nombre algébrique, $0<|q|<1$, a été résolue en 1995 par K. Barré-Sirieix, G. Diaz, F. Gramain et G. Philibert.

Soient P, Q, R les séries d'Eisenstein de poids 2, 4 et 6 respectivement. En 1996, Yu.V. Nesterenko démontre que pour tout nombre complexe $q\in\mathbf{C}$, $0<|q|<1$, trois au moins des nombres $q, P(q), Q(q), R(q)$ sont algébriquement indépendants. Il en résulte que les trois nombres π, e^{π} et $\Gamma(1/4)$ sont algébriquement indépendants.