SÉMINAIRE NICOLAS BOURBAKI
15–16 novembre 1997
RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

GALLOT Sylvain *Volumes, courbure de Ricci et convergence des variétés* [*d'après T.H. Colding et Cheeger–Colding*]

Selon M. Gromov, l'ensemble des variétés de courbure de Ricci minorée est précompact pour une distance de type Hausdorff. Malgré la faiblesse de cette topologie, T. Colding établit la continuité de certains invariants et des propriétés de régularité, de rigidité et de "splitting" des objets limite. L'écart entre un invariant (volume ou diamètre) et son maximum suffit même à mesurer la distance à une des variétés maximales. L'outil commun est une version intégrale du théorème de comparaison de Toponogov entre les angles de 2 triangles ; certains plongements de variétés voisines dans un même espace euclidien donnent de ce fait une presque–isométrie.

GECK Meinolf *Représentations des algèbres de Hecke aux racines de l'unité*

Les algèbres du titre sont certaines déformations de l'algèbre du groupe symétrique S_n. Selon une conjecture de Lascoux, Leclerc et Thibon (1995) — maintenant un théorème de Ariki et Grojnowski — la détermination des représentations de ces algèbres spécialisées à une racine de l'unité se réduit à trouver les "bases canoniques" (au sens de Kashiwara et Lusztig) pour certaines représentations de l'algèbre de Kac–Moody $\widehat{sl}_d$. Nous expliquerons ce résultat et ses applications à la théorie des représentations modulaires du groupe $\mathrm{GL}_n(q)$ (la motivation originale de Dipper et James).

HELLEGOUARCH Yves *Fonctions zêta en caractéristique positive et modules de Carlitz–Hayes*

Dans le douzième problème de sa fameuse liste, Hilbert propose de construire une théorie explicite du corps de classes pour tous les corps de nombres. On présente ici la solution donnée par Carlitz et Hayes dans le cas des corps de fonctions des courbes algébriques définies sur un corps fini. Les modules de Carlitz–Hayes conduisent à une théorie des extensions cyclotomiques dite "géométrique" qui résout le problème de Hilbert. Par ailleurs, Carlitz et Goss ont introduit, pour les anneaux de définition des modules de Carlitz–Hayes, un nouveau type de fonctions zêta que la théorie "cyclotomique" permet de comparer aux fonctions classiques d'Artin et Weil.

KATZ André *Introduction aux quasicristaux*

Découverts à l'automne 1984, les quasicristaux sont des alliages intermétalliques très bien ordonnés (comme les cristaux périodiques ordinaires), mais dont la structure atomique possède (en un sens faible et qu'il faut préciser) des symétries interdites pour les cristaux: notamment des axes quinaires, ou même la symétrie complète de l'icosaèdre. Des solides ordonnés et non périodiques n'avaient jusqu'alors jamais été observés.

Dans le cadre d'une introduction très générale aux quasicristaux, l'exposé s'attachera à dégager quelques questions et enjeux proprement mathématiques que soulève leur étude, en particulier quant à la "propagation de l'ordre" sur de grandes distances.

VAN MOERBEKE Pierre *W–algèbres et équations non–linéaires*

Les W–algèbres, qui trouvent leur origine en théorie conforme des champs, apparaissent dans des contextes très divers. L'algèbre W_∞ est l'extension centrale de l'algèbre des opérateurs différentiels sur le cercle, tout comme l'algèbre de Virasoro est une extension centrale de l'algèbre des champs de vecteurs complexes du cercle. Les algèbres W_n sont également liées à la seconde structure symplectique de certains systèmes intégrables. Les opérateurs "vertex", liant l'algèbre et son extension centrale, fournissent les outils dans l'étude des modèles matriciels et du spectre des matrices stochastiques.