SÉMINAIRE NICOLAS BOURBAKI
22-23 JUIN 2002
RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

BONATTI Christian – *Dynamiques génériques : hyperbolicité et transitivité*

Quand les orbites d'un système dynamique passent indéfiniment près de tout point d'un compact K, on dit que K est transitif. *Quels sont les transitifs maximaux d'un système* ? L'exemple des dynamiques hyperboliques de la théorie de Smale montre que la réponse à cette question est l'une des clefs de la description globale de la dynamique. Des idées de R. Mañé ainsi que des théorèmes perturbatifs (lemme de connexion d'Hayashi et ses variantes) ont permis récemment d'identifier, quand ils sont en nombre fini, les maximaux transitifs des systèmes génériques, et de montrer qu'ils sont projectivement hyperboliques. En contraposée, l'absence d'hyperbolicité projective assure l'existence générique d'une infinité de maximaux transitifs.

DEBARRE Olivier – *Variétés rationnellement connexes* [*d'après T. Graber, J. Harris, J. Starr et A.J. de Jong*]

On s'intéresse depuis longtemps aux variétés algébriques *rationnelles* (dont le corps des fonctions rationnelles est une extension transcendante pure du corps de base). En dimension au moins trois, la rationalité n'a pas un bon comportement géométrique, au contraire des variétés *rationnellement connexes*, qui sont telles que par deux points généraux passe une courbe rationnelle. Nous donnerons la démonstration d'un résultat dû à Graber, Harris et Starr en caractéristique nulle et à de Jong et Starr en général, selon lequel toute famille de variétés rationnellement connexes propres paramétrée par une courbe a une section.

LAUMON Gérard – *Travaux de Frenkel, Gaitsgory et Vilonen sur la correspondance de Drinfeld-Langlands*

Langlands a conjecturé l'existence d'une correspondance entre représentations automorphes et représentations de Galois, aussi bien sur les corps de nombres que sur les corps de fonctions. À la suite des travaux de Lang et Rosenlicht sur le corps de classes géométrique, Drinfeld a inventé un analogue géométrique de cette correspondance de Langlands dans le cas des corps de fonctions. La correspondance de Drinfeld-Langlands, appelée aussi correspondance de Langlands géométrique, est une dualité conjecturale entre deux espaces de modules naturellement associés à une courbe algébrique X et à un groupe réductif G. Dans le cas où X est projective et $G = \mathrm{GL}(n)$, une partie essentielle de cette correspondance vient d'être établie par E. Frenkel, D. Gaitsgory et K. Vilonen.

OESTERLÉ Joseph – *Dessins d'enfants*

Les dessins d'enfants, introduits par A. Grothendieck dans *Esquisse d'un programme*, permettent de visualiser les revêtements finis (topologiques, analytiques ou algébriques, cela revient au même) de la droite projective complexe, privée des points 0, 1 et ∞. Un tel revêtement possède un unique modèle sur $\overline{\mathbf{Q}}$ et est déterminé par la donnée d'un ensemble fini muni de deux permutations. Étudier l'action de $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbf{Q}}/\mathbf{Q})$ sur ces objets, et en décrire combinatoirement les modèles entiers sont deux questions centrales du sujet.

PÉREZ MARCO Ricardo – *KAM techniques in PDE*

Kolmogorov-Arnold-Moser theory of invariant tori in Hamiltonian systems is one of the main achievements of Dynamical Systems. KAM provides the existence of abundant quasi-periodic solutions in non-linear Hamiltonian systems close to integrable ones. More recently, starting with the persistence theory of lower dimensional tori (Melnikov, Eliasson, Kuksin, Pöschel) and the techniques associated to Lyapunov periodic solutions (Craig, Wayne, Bourgain) KAM theory has been extended to the infinite dimensional setting of non-linear PDE. We plan to give an introduction to this new vast field, the most recent progress, and the main unsolved problems.