SÉMINAIRE NICOLAS BOURBAKI
16-17 NOVEMBRE 2002
RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

BILU Yuri F. – *Catalan's conjecture* [*after Mihăilescu*]

The subject of the talk is the recent work of Mihăilescu, who proved that the equation $x^p - y^q = 1$ has no solutions in non-zero integers x, y and odd primes p, q. Together with the results of Lebesgue (1850) and Ko Chao (1865) this implies the celebrated **conjecture of Catalan (1843)**: *the only solution to* $x^u - y^v = 1$ *in integers* $x, y > 0$ *and* $u, v > 1$ *is* $3^2 - 2^3 = 1$.

Before the work of Mihăilescu the most definitive result on Catalan's problem was due to Tijdeman (1976), who proved that the solutions of Catalan's equation are bounded by an absolute effective constant.

FISCHLER Stéphane – *Irrationalité de valeurs de zêta* [*d'après Apéry, Rivoal, ...*]

Les valeurs aux entiers pairs (strictement positifs) de la fonction ζ de Riemann sont transcendantes, car ce sont des multiples rationnels de puissances de π. En revanche, on sait très peu de choses sur la nature arithmétique des $\zeta(2k+1)$, pour $k \geq 1$ entier. Apéry a démontré en 1978 que $\zeta(3)$ est irrationnel. Rivoal a prouvé en 2000 qu'une infinité de $\zeta(2k+1)$ sont irrationnels, mais sans pouvoir en exhiber aucun autre que $\zeta(3)$. Il existe plusieurs points de vue sur la preuve d'Apéry ; celui des séries hypergéométriques permet d'obtenir à la fois les théorèmes d'Apéry et de Rivoal.

MÉTIVIER Guy – *Exemples d'instabilités pour des équations d'ondes non linéaires* [*d'après G. Lebeau*]

Le but de l'exposé est de donner un guide de lecture pour un article de Gilles Lebeau où il est montré que le problème de Cauchy pour l'équation d'onde surcritique $(\partial_t^2 - \Delta_x)u + u^p = 0$ est mal posé au sens de Hadamard dans l'espace d'énergie, pour $p \geq 7$ en dimension 3. La preuve repose sur des constructions d'optique géométrique et des analyses d'instabilité dans des régimes fortement non linéaires. On donnera les étapes de l'analyse en essayant de les situer dans leur contexte plus général : construction de solutions asymptotiques où équations eikonales et équations d'amplitudes sont liées, mécanismes d'instabilité linéaires et non linéaires par résonances et interactions.

SCHLENKER Jean-Marc – *La conjecture des soufflets* [*d'après I. Sabitov et al.*]

On sait depuis les travaux de Bricard et de Connelly qu'il existe dans l'espace euclidien des polyèdres (non convexes) qui sont flexibles : on peut les déformer continuement sans changer la forme de leurs faces. La conjecture des soufflets affirme que le volume intérieur de ces polyèdres est constant au cours de la déformation. Elle a été démontrée récemment par I. Sabitov, qui a pour cela utilisé des outils algébriques inattendus dans ce contexte.

VALETTE Alain – *Nouvelles approches de la propriété (T) de Kazhdan*

Un groupe localement compact G a la propriété (T) de Kazhdan si la 1-cohomologie de tout G-module hilbertien est nulle. Cette propriété de rigidité de la théorie des représentations de G a trouvé des applications qui vont de la théorie ergodique à la théorie des graphes. Pendant près de 30 ans, les seuls exemples connus de groupes avec la propriété (T), provenaient des groupes algébriques simples sur les corps locaux, ou de leurs réseaux. La situation a radicalement changé ces dernières années : nouvelles caractérisations (Y. Shalom), nouveaux exemples (M. Gromov, Y. Shalom, A. Zuk), de sorte qu'on peut même parler de «généricité» des groupes discrets ayant la propriété (T).