SÉMINAIRE NICOLAS BOURBAKI
15-16 MARS 2003
RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

CHAMBERT-LOIR Antoine – *Points rationnels et groupes fondamentaux : applications de la cohomologie p-adique*

Je présenterai des résultats de T. Ekedahl et H. Esnault sur les variétés projectives lisses sur un corps de caractéristique strictement positive, disons p, dont deux points peuvent être liés par une chaîne de courbes rationnelles, par exemple faiblement unirationnelles, ou de Fano. Notamment : 1) sur un corps fini, de telles variétés ont un point rationnel, résultat qui généralise le théorème de Chevalley-Warning ; 2) sur un corps algébriquement clos, de telles variétés ont un groupe fondamental fini d'ordre premier à p ; 3) sur un corps fini de cardinal q, deux variétés propres et lisses géométriquement birationnelles ont même nombre de points rationnels modulo q.

Les démonstrations utilisent la cohomologie rigide p-adique de P. Berthelot. Je ne supposerai pas que l'auditeur est familier de cette théorie et j'en résumerai les propriétés nécessaires.

DEHORNOY Patrick – *Progrès récents sur l'hypothèse du continu* [*d'après Woodin*]

Les travaux récents de Woodin ont considérablement renouvelé la théorie des ensembles en lui apportant une intelligibilité globale et en restaurant son unité. Pour la première fois, ses résultats ouvrent une perspective réaliste de résoudre le problème du continu, et, à tout le moins, ils établissent le caractère irréfutablement signifiant et précis de celui-ci.

GHYS Étienne – *Groupes aléatoires* [*d'après M. Gromov*]

Quelles sont les propriétés d'un groupe de présentation finie « tiré au hasard » ? La réponse à cette question dépend bien entendu de la méthode choisie pour le tirage au sort. On peut par exemple fixer n générateurs et choisir p relations aléatoirement parmi les mots de longueur L, puis faire tendre L vers l'infini. On peut aussi choisir un graphe fini, étiqueter aléatoirement ses arêtes par des générateurs, et considérer le groupe engendré par ces générateurs, soumis aux relations lues sur les cycles du graphe. Dans cet exposé, je voudrais présenter des travaux de M. Gromov qui permettent de répondre à ces questions et qui mettent en évidence l'existence de groupes de présentation finie aux propriétés étonnantes.

MORAIN François – *La primalité est dans P*

Le problème de la primalité est l'un des problèmes les plus simples et les plus anciens de la théorie des nombres. À la fin des années 1970, Adleman, Pomerance et Rumely ont donné le premier algorithme de primalité déterministe, dont le temps de calcul était presque polynomial. Il a fallu 20 années supplémentaires pour qu'Agrawal, Kayal et Saxena donnent un algorithme déterministe de temps de calcul polynomial. L'exposé présentera ces travaux, et il fera également le point sur les différents autres algorithmes inventés dans cette période.

ROUSSET Frédéric – *Systèmes hyperboliques et viscosité évanescente* [*d'après S. Bianchini et A. Bressan*]

Le but de l'exposé est de présenter les résultats obtenus par S. Bianchini et A. Bressan sur le problème de Cauchy pour des perturbations visqueuses $\partial_t u^\varepsilon + \partial_x f(u^\varepsilon) = \varepsilon \partial_{xx} u^\varepsilon$ de systèmes strictement hyperboliques $\partial_t u + \partial_x f(u) = 0$ en une dimension d'espace. Ils ont en particulier montré l'existence globale ($t \geq 0$), l'unicité et la stabilité des solutions et justifié la convergence quand ε tend vers zéro pour des données initiales à petite variation totale. Leur analyse montre aussi que les solutions du système hyperbolique ainsi obtenues coïncident avec les solutions provenant d'autres types d'approximations.