

SÉMINAIRE NICOLAS BOURBAKI
13–14 JUIN 2009
RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

Franck BARTHE – *Un théorème de la limite centrale pour les ensembles convexes [d’après Klartag et Fleury-Guédon-Paouris]*

On considère un vecteur aléatoire X uniformément distribué sur un ensemble convexe de l’espace euclidien de dimension n . On suppose que sa matrice de covariance est multiple de l’identité. Alors la grande majorité des marginales de dimension 1 de la loi de X sont proches d’une même loi gaussienne et les estimations s’améliorent lorsque la dimension n tend vers l’infini. Le point crucial de la preuve consiste à montrer que la norme euclidienne de X ne dévie de sa valeur moyenne qu’avec une probabilité très faible. Ce résultat, démontré indépendamment par Klartag et Guédon-Fleury-Paouris, répond à une conjecture importante en géométrie asymptotique.

Emmanuel BREUILLARD – *Équidistribution des orbites toriques dans les espaces homogènes [d’après M. Einsiedler, E. Lindenstrauss, P. Michel et A. Venkatesh]*

Depuis les travaux de Dani, Margulis et Ratner sur les flots unipotents dans l’espace des réseaux ($X = G/\Gamma$, $G = SL(n, \mathbb{R})$, $\Gamma = SL(n, \mathbb{Z})$) de nombreux auteurs ont commencé à s’intéresser aux flots diagonaux. Dans cet exposé, je présenterai les résultats récents de M. Einsiedler, E. Lindenstrauss, P. Michel et A. Venkatesh concernant les propriétés ergodiques et notamment l’équidistribution des « orbites toriques » compactes. Leur méthode (pour $n = 3$) combine des techniques d’analyse harmonique et de théorie analytique des nombres (sous-convexité) avec des techniques issues des systèmes dynamiques (classification des mesures ergodiques invariantes par le tore diagonal en présence d’entropie).

Alessio FIGALLI – *Regularity of optimal transport maps*

The issue of regularity of optimal transport maps in the case “cost = squared distance” on \mathbb{R}^n was solved by Caffarelli in the 1990s. However, a major open problem in the theory was the question of regularity for more general cost functions, or for the case “cost = squared distance” on a Riemannian manifold. The breakthrough to this problem has been achieved by Ma-Trudinger-Wang (2005) and Loeper (2007), who found a necessary and sufficient condition on the cost function in order to ensure the regularity of the optimal map. In the special case “cost = squared distance” on a Riemannian manifold, this condition corresponds to the non-negativity of a new curvature tensor on the manifold, which implies strong geometric consequences on the geometry of the manifold and on the structure of its cut-locus.

Edward FRENKEL – *Gauge theory and Langlands duality*

The Langlands Program was launched in the late 60s with the goal of relating Galois representations and automorphic forms. In recent years, a geometric version has been developed which leads to a mysterious duality between certain categories of sheaves on moduli spaces of (flat) bundles on algebraic curves. Three years ago, in a groundbreaking advance, Kapustin and Witten have linked the geometric Langlands correspondence to the S -duality of 4D supersymmetric gauge theories. This and subsequent works have already led to striking new insights into the geometric Langlands Program, which in particular involve the Homological Mirror Symmetry of the Hitchin moduli spaces of Higgs bundles on algebraic curves associated to two Langlands dual Lie groups.

Sylvain MAILLOT – *Variétés hyperboliques de petit volume [d’après D. Gabai, R. Meyerhoff, P. Milley, ...]*

On sait depuis les années 1970 grâce aux travaux de W. Thurston et T. Jørgensen que les volumes des variétés hyperboliques orientables de dimension 3 forment un ensemble bien ordonné de type ω^ω . Cet ensemble admet donc en particulier un minimum. On conjecturait depuis longtemps qu’une certaine variété W , découverte indépendamment par J. Weeks d’une part, et A. Fomenko et S. Matveev d’autre part, réalise ce minimum. Cette conjecture a été prouvée récemment par D. Gabai, R. Meyerhoff et P. Milley.