SÉMINAIRE NICOLAS BOURBAKI
13–14 MARS 2010
RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

Laurent BERGER – *La correspondance de Langlands locale p-adique pour* $\mathrm{GL}_2(\mathbf{Q}_p)$ [*d'après C. Breuil et P. Colmez*]

La correspondance de Langlands locale p-adique pour $\mathrm{GL}_2(\mathbf{Q}_p)$ est une bijection entre certaines représentations de dimension 2 de $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbf{Q}}_p/\mathbf{Q}_p)$ et certaines représentations de $\mathrm{GL}_2(\mathbf{Q}_p)$. Cette bijection peut en fait être construite en utilisant la théorie des (φ, Γ)-modules et des résultats d'analyse p-adique. On déduit alors des propriétés de cette construction quelques applications intéressantes en arithmétique.

Olivier BIQUARD – *Métriques kählériennes extrémales sur les surfaces toriques* [*d'après S. Donaldson*]

Un des grands problèmes de la géométrie différentielle complexe est l'existence de métriques kählériennes à courbure scalaire constante sur les variétés complexes. Une conjecture de Yau-Tian-Donaldson relie cette existence à une forme de stabilité algébrique de la variété. Donaldson a démontré cette conjecture dans le cas des surfaces toriques. On expliquera cette première confirmation de la conjecture.

Alice GUIONNET – *Grandes matrices aléatoires et théorèmes d'universalité*

L'étude du spectre de matrices aléatoires dont la taille tend vers l'infini est apparue dans de nombreux problèmes de physique et de mathématique depuis les travaux de Wishart et Wigner il y a plus d'un demi-siècle. Dans le cas de matrices hermitiennes gaussiennes, le comportement local des valeurs propres (espacements typiques des valeurs propres au centre du spectre et fluctations des valeurs propres extrêmes) est bien compris depuis une quinzaine d'années. Nous discuterons de l'extension très récente de ces résultats à des modèles bien plus généraux, en suivant les travaux de Soshnikov, Johansson, Erdoes, Schlein, Yau, Tao et Vu.

Bob OLIVER – *La classification des groupes p-compacts* [*d'après Andersen, Grodal, Møller, et Viruel*]

Un groupe p-compact (p un nombre premier fixé) est la donnée d'un espace X dont la cohomologie modulo p est finie et d'un « espace classifiant » BX qui est « p-complet ». Le prototype d'un tel objet est le p-complété d'un groupe de Lie compact connexe. Dwyer et Wilkerson ont montré (vers 1990) que les groupes p-compacts connexes possèdent des « tores maximaux » et des « groupes de Weyl », ces derniers étant engendrés par des pseudo-réflexions p-adiques.

La liste de tous les groupes engendrés par des pseudo-réflexions p-adiques a été faite par Clarke et Ewing dans les années 1970. Ce qu'ont montré les quatre auteurs cités dans le titre, est qu'il y a une correspondance bijective entre ces groupes de pseudo-réflexions (à isomorphisme près) et les groupes p-compacts connexes (à homotopie près), au moins pour p impair ; pour $p = 2$, la correspondance qu'ils établissent est un peu plus subtile.

Bertrand RÉMY – *Groupes algébriques pseudo-réductifs et applications* [*d'après Tits et Conrad-Gabber-Prasad*]

Les groupes algébriques réductifs forment une classe naturelle de groupes de matrices. Celle-ci contient les groupes dits classiques, notamment des groupes d'automorphismes de formes bilinéaires. Les groupes réductifs ont été analysés et classés par C. Chevalley sur les corps algébriquement clos, et par A. Borel et J. Tits sur les corps quelconques. Au début des années 90, J. Tits a entamé l'étude des groupes pseudo-réductifs : dans le cas d'un corps de base non parfait, il s'agit d'une généralisation non triviale des groupes réductifs. Cette étude vient d'être menée à bien par B. Conrad, O. Gabber et G. Prasad. En retour, ce travail et un complément de B. Conrad contiennent et impliquent des résultats généraux de structure et de finitude pour les groupes algébriques quelconques en caractéristique positive.