Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 9 juin 2012

Nicolas BERGERON

La conjecture des sous-groupes de surfaces, *d'après Jeremy Kahn et Vladimir Markovic*

Suite aux travaux de William Thurston et Grigori Perelman la compréhension des variétés compactes de dimension 3 se ramène essentiellement à la compréhension de celles d'entre elles qui peuvent être munies d'une structure hyperbolique, c'est-à-dire d'une métrique riemannienne de courbure sectionnelle constante égale à -1. La topologie de ces dernières restait mystérieuse jusqu'à tout récemment. La situation a commencé à changer avec la démonstration, par Jeremy Kahn et Vladimir Markovic, du fait que le groupe fondamental d'une variété hyperbolique compacte de dimension 3 contient toujours le groupe fondamental d'une surface de genre supérieur à 2. Dans cet exposé, j'expliquerai les grandes idées de cette démonstration. Puis je relierai ce résultat aux travaux de Dani Wise et Ian Agol sur la « conjecture virtuellement Haken » et aux travaux de Kahn et Markovic sur la « conjecture d'Ehrenpreis ».

Antoine DUCROS

Les espaces de Berkovich sont modérés, *d'après E. Hrushovski et F. Loeser*

Jusqu'à récemment, l'étude homotopique des espaces de Berkovich se fondait sur des théorèmes profonds et difficiles de géométrie arithmétique. Dans cet exposé, nous en présenterons une approche radicalement nouvelle due à Hrushovski et Loeser. Elle repose sur la théorie des modèles des corps valués et a notamment permis de prouver le résultat suivant : si X est une variété algébrique quasi-projective sur un corps ultramétrique complet k, toute partie semi-algébrique de l'espace de Berkovich associé à X est localement contractile, et a le type d'homotopie d'un polyèdre compact.

Jean–Marc FONTAINE

Perfectoïdes, presque pureté et monodromie-poids, *d'après Peter Scholze*

En théorie de Hodge p-adique, on utilise de façon cruciale le fait que la théorie de Galois d'une extension algébrique suffisamment ramifiée de $\mathbb{Q}_p$ (par exemple une $\mathbb{Z}_p$-extension ramifiée) s'identifie à la théorie de Galois d'un corps valué complet de caractéristique p. En utilisant une vaste généralisation de cette construction, Scholze introduit certains espaces analytiques ultramétriques, les *espaces perfectoïdes*. À tout espace perfectoïde X sur un corps perfectoïde K, il associe un espace perfectoïde $X^\flat$ sur le corps perfectoïde $K^\flat$ de caractéristique p et cette construction est une équivalence de catégories. En outre, le site étale de X s'identifie à celui de $X^\flat$.
Ceci permet à Scholze de donner une preuve simple du théorème de presque pureté de Faltings et de ramener la conjecture monodromie-poids pour les intersections complètes dans les variétés toriques en caractéristique mixte au théorème de Deligne en égale caractéristique.

François LEDRAPPIER

Mesures stationnaires sur les espaces homogènes, *d'après Yves Benoist et Jean-François Quint*

Soient G un groupe de Lie réel, Λ un sous-groupe discret tel que le quotient G/Λ a un volume fini, μ une mesure de probabilité sur G à support compact et Γ_μ le sous-groupe de G engendré par le support de μ. On suppose que l'adhérence de Zariski de $\mathrm{Ad}(\Gamma)$ est un groupe semi-simple sans facteur compact. Yves Benoist et Jean-François Quint ont classifié les mesures de probabilité sur G/Γ qui sont extrêmales parmi les probabilités stationnaires sous l'action de μ : ce ne peuvent être que des volumes (normalisés) sur des orbites fermées, de volume fini, de sous-groupes de G. L'exemple de deux matrices de $GL(d, \mathbb{Z})$ agissant sur $\mathbb{T}^d$ entre souvent dans ce cadre et est déjà significatif.