Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 24 mars 2012

Mihalis DAFERMOS

On the formation of black holes in general relativity, *following D. Christodoulou*

Black holes are one of the most fascinating predictions of General Relativity. Although the most basic explicit solutions (Schwarzschild, Kerr) of the Einstein Vacuum Equations already describe black hole geometries, it remained an open question to understand whether black holes emerge in evolution from the collapse of initially arbitrarily dispersed pure gravitational waves. This talk will describe a recent landmark result of Christodoulou, who proved that this is indeed the case.

Christophe GARBAN

Gravité quantique et relation KPZ, *d'après B. Duplantier et S. Sheffield*

L'étude de modèles de mécanique statistique en dimension deux à leur point critique est un problème en général très difficile. Dans les années 80, trois physiciens, Knizhnik, Polyakov et Zamolodchikov (KPZ) ont développé une approche originale pour comprendre la géométrie de ces modèles critiques. Parmi eux, on trouve entre autres la marche aléatoire, la percolation, le modèle d'Ising. L'idée sous-jacente est d'étudier ces modèles en deux temps de la façon suivante :

- Dans un premier temps, on étudie le modèle non pas sur un réseau régulier du plan (tel que $\mathbb{Z}^2$ par exemple), mais sur un « réseau aléatoire » planaire. Pour la percolation, le bon modèle aléatoire de réseau correspond aux « cartes planaires uniformes » étudiées notamment par Le Gall et Miermont. C'est ce qu'on appelle étudier le modèle du côté *gravité quantique*.
- On se ramène ensuite au cas *euclidien* via la célèbre **relation de KPZ** qui donne une correspondance très précise entre les propriétés géométriques du côté *gravité quantique* et leurs analogues du côté *euclidien*.

La nature de cette correspondance est restée longtemps assez mystérieuse. Nous expliquerons en quoi les travaux de Duplantier et Sheffield permettent d'interpréter cette correspondance comme une uniformisation du réseau aléatoire vu comme une surface de Riemann.

David LANNES

Les résonances en temps-espace, *d'après Germain, Masmoudi, Shatah*

Germain, Masmoudi et Shatah ont récemment prouvé des résultats d'existence globale pour des équations d'ondes nonlinéaires à petites conditions initiales (en particulier pour les ondes de surface en profondeur infinie, en lien avec un théorème de S. Wu). Pour prouver ces résultats, ils introduisent la notion de résonance en espace-temps. Dans cet exposé, je relierai ce nouvel outil à plusieurs concepts développés dans le cadre du programme de Fritz John visant à prouver l'existence de solutions globales à données petites pour de nombreuses équations aux dérivées partielles nonlinéaires : formes normales de Shatah, méthode des champs de vecteur de Klainerman, formes nulles, etc. Je montrerai également un lien peut-être moins connu avec la notion de transparence étudiée par Joly, Métivier et Rauch pour étudier des problèmes d'optique nonlinéaire.

Julia WOLF

Polynomial progressions in the primes, *after Green, Tao and Ziegler*

In a celebrated theorem from 2004, Green and Tao showed that there exist arbitrarily long arithmetic progressions in the primes. A few years later Tao and Ziegler extended this result to establish the existence of arbitrary polynomial progressions in the primes : given polynomials $P_1, \dots, P_k \in \mathbb{Z}(m)$ such that $P_1(0) = \cdots = P_k(0) = 0$, there exist infinitely many integers x, m such that $x + P_1(m), \dots, x + P_k(m)$ are simultaneously prime. In this talk we outline the general strategy of proof that allows one to make structural statements about dense subsets of the integers and the primes, and detail the specific ingredients that are necessary to deal with polynomial configurations.