RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

Gil KALAI —*Les designs existent !* [*d'après Peter Keevash*]

Un problème ancien et central de combinatoire est le suivant : Existe-t-il une famille S de parties à q éléments d'un ensemble X à q éléments tel que toute partie de cardinal r de X soit contenue dans exactement t membres de la famille S ? Une telle famille S est appelée *design* de paramètres (n, q, r, t) ; dans le cas particulièrement intéressent où $t = 1$, on parle de système de Steiner. Il était conjecturé que pour tout (q, r, t), il existe un design de paramètres (n, q, r, t) si n est assez grand et si certaines conditions nécessaires de divisibilité sont satisfaites.

Voici une brève histoire de cette question. L'existence des designs et des systèmes de Steiner a été soulevée par Plücker (1835), Kirkman (1846) et Steiner (1853). Lorsque $r = 2$, Richard Wilson (1972–1975) a prouvé leur existence pour toute valeur admissible assez grande de n. Rödl (1985) a établi l'existence d'objets approchés, résolvant ainsi une conjecture de Erdös et Hanani. Teirlink (1987) démontra leur existence pour une infinité de valeurs de n, les entiers r et q étant arbiraires et t assez grand (sa construction n'a pas de répétitions de blocs). Keevash (2014) démontra l'existence de systèmes de Steiner pour presque toute valeur admissible assez grande de n. Il utilise une nouvelle méthode de *construction algébrique aléatoire*. Dans l'exposé, je décrirai le problème et son histoire, et j'expliquerai certains ingrédients des méthodes mises en œuvre par Wilson, Rödl et Keevash.

Alexander MERKURJEV —*Dimension essentielle*

La dimension essentielle d'un objet algébrique est le plus petit nombre de paramètres algébriquement indépendants nécessaires pour définir l'objet. Cette notion a été introduite par J. Buhler et Z. Reichstein en 1997. On parlera de sa relation avec différents domaines de l'algèbre comme géométrie algébrique, cohomologie galoisienne et théorie de représentations.

Sophie MOREL —*Construction de représentations galoisiennes de torsion* [*d'après Peter Scholze*]

Soit X une variété hyperbolique de dimension 3, quotient de l'espace hyperbolique par un groupe « arithmétique » d'isométries. Le programme de Langlands prédit que la cohomologie singulière de X à coefficients dans $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ a une action naturelle du groupe de Galois absolu d'un corps de nombres ; ceci est surprenant a priori car X n'est pas une variété algébrique. L'idée est de relier la cohomologie de torsion de X à celle d'un autre espace localement symétrique qui se trouve être une variété de Shimura, donc en particulier une variété algébrique définie sur un corps de nombres. Cette idée a été mise en œuvre indépendamment par Harris-Lan-Taylor-Thorne, Scholze et Boxer (l'ordre est chronologique, et les trois articles traitent un cas plus général que celui présenté ici). Nous nous concentrerons sur l'approche de Scholze.

Jean-Marc SCHLENKER —*Variétés lorentziennes plates vues comme limites de variétés anti-de Sitter* [*d'après Danciger, Guéritaud et Kassel*]

Les espaces-temps de Margulis sont des quotients de l'espace de Minkowski de dimension 3 par des groupes libres agissant proprement discontinuement. Goldman, Labourie et Margulis ont montré qu'ils sont déterminés par une surface hyperbolique convexe co-compacte S munie d'une déformation de la métrique qui fait décroître uniformément les longueurs des géodésiques fermées. Danciger, Guéritaud et Kassel montrent que ces espaces sont des $\mathbb{R}$-fibrés principaux sur S avec pour fibres des géodésiques de types temps, qu'ils sont homéomorphes à l'intérieur d'un bretzel, et qu'ils admettent un domaine fondamental bordé par des « plans croches » (crooked planes). Pour cela ils montrent que ces espaces-temps sont des versions « infinitésimales » de variétés anti-de Sitter de dimension 3 et sont conduits à introduire une paramétrisation nouvelle de l'espace des déformations d'une surface hyperbolique qui augmentent les longueurs de toutes les courbes fermées.