Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 7 novembre 2015

Yves ANDRÉ

Groupes de Galois motiviques et périodes

Dans les années 60, A. Grothendieck a proposé une vaste généralisation de la théorie de Galois aux systèmes de polynômes en plusieurs variables (la théorie de Galois motivique), et introduit à cette occasion les catégories tannakiennes. En caractéristique nulle, diverses approches ont permis de s'affanchir des conjectures standard et de construire une théorie inconditionnelle.
Celle de J. Ayoub, qui s'appuie sur la théorie des motifs mixtes de V. Voevodsky et une nouvelle théorie tannakienne, est la plus précise. Elle offre une nouvelle perspective sur les périodes des variétés algébriques, et montre notamment que les relations polynomiales qui lient les périodes d'un pinceau de variétés algébriques complexes s'expliquent toujours par la formule de Stokes.

Benoît CLAUDON

Semi-positivité du cotangent logarithmique et conjecture de Shafarevich-Viehweg, *d'après Campana, Păun, Taji,...*

Démontrée par A. Parshin et S. Arakelov au début des années 1970, la conjecture d'hyperbolicité de Shafarevich affirme qu'une famille de courbes de genre $g \geq 2$ paramétrée par une courbe non hyperbolique (c'est-à-dire isomorphe à $\mathbb{P}^1$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}^*$ ou une courbe elliptique) est automatiquement isotriviale : les modules des fibres lisses sont constants. En dimension supérieure, les travaux de E. Viehweg sur les modules des variétés canoniquement polarisées l'ont amené à formuler la généralisation suivante : si une famille de variétés canoniquement polarisées (paramétrée par une base quasi-projective) est de variation maximale, alors la base est de log-type général. Il s'agit donc d'une forme d'hyperbolicité algébrique attendue pour l'espace des modules.
En adaptant des résultats dus à Y. Miyaoka sur la semi-positivité générique du fibré cotangent au cadre logarithmique (et orbifolde), F. Campana et M. Păun ont récemment obtenu une réponse positive à la conjecture de Viehweg. Cet exposé sera également l'occasion de donner un aperçu de la classification des orbifoldes développée par F. Campana. C'est d'ailleurs dans ce cadre que s'énonce la forme optimale de la conjecture de Viehweg démontrée par B. Taji.

Sylvain MAILLOT

Conjecture de Hilbert-Smith en dimension 3, *d'après J. Pardon*

La conjecture de Hilbert-Smith en dimension n affirme que, si G est un groupe topologique localement compact qui admet une injection continue dans le groupe d'homéomorphismes d'une variété connexe de dimension n, alors G est un groupe de Lie. Nous décrirons la preuve du cas $n = 3$, due à J. Pardon. Cette preuve utilise des outils divers tels que l'homologie de Čech, la topologie des variétés de dimension 3, la théorie des surfaces minimales et des résultats de J. Nielsen sur les groupes modulaires des surfaces hyperboliques.

Frédéric NAUD

Résonances et bornes de Weyl fractales

Hermann Weyl a démontré en 1911 un théorème remarquable sur la répartition asymptotique des valeurs propres du laplacien pour les domaines compacts à bord dans l'espace euclidien. Dans le cas des domaines non compacts de volume infini, il existe une notion naturelle qui généralise celle de valeur propre : les résonances. Les résonances forment un ensemble discret de nombres complexes dont les parties réelles sont liées à une fréquence d'oscillation tandis que la partie imaginaire traduit un taux d'amortissement. Un travail récent de Nonnenmacher-Sjöstrand-Zworski établit des bornes supérieures sur la densité des résonances lorsqu'on les compte dans une bande horizontale du plan complexe. Le taux de croissance fait apparaître, contrairement à la loi de Weyl classique, un exposant « non entier » lié à la dimension de Minkowski des trajectoires captées : c'est ce qu'on appelle une borne de Weyl « fractale ». Nous ferons une introduction à la notion de résonance et mettrons en perspective le travail de N-S-Z en faisant un historique des résultats précédents de la théorie.