Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 17 juin 2017

Nicolas BERGERON

Variétés en expansion, *d'après Gromov, Guth, ...*

Les variétés hyperboliques issues de constructions arithmétiques, dites "de congruences", se comportent, à bien des égards, comme des *graphes expanseurs*. Une propriété fondamentale de ces derniers, qui est aussi la raison pour laquelle Kolmogorov et Barzdin les considèrent dès 1967, est qu'ils sont durs à plonger dans l'espace. Gromov et Guth proposent de penser aux variétés hyperboliques de congruences, et en particulier à celles qui sont de dimension 3, comme à des analogues *topologiques* des graphes expanseurs. Prolongeant le travail de Kolmogorov et Barzdin, Gromov et Guth prouvent notamment que, en un sens que l'on précisera dans l'exposé, les variétés hyperboliques de congruences sont particulièrement dures à plonger dans un espace euclidien. Enfin, dans un registre un peu différent, le lien intime entre variétés de dimension 3 et nœuds leur permet de retrouver un théorème récent de Pardon selon lequel il existe une suite de nœuds dont les plongements requièrent une distorsion arbitrairement grande.

Joseph OESTERLÉ

Densité maximale des empilements de sphères en dimensions 8 et 24, *d'après M. Viazovska et al.*

La densité maximale des empilements de sphères (de même rayon) dans un espace euclidien n'était jusqu'à récemment connue qu'en dimensions 1, 2 et 3. Une jeune mathématicienne ukrainienne, Maryna Viazovska, l'a déterminée en 2016 en dimension 8 puis, en collaboration avec d'autres mathématiciens, en dimension 24. Cette densité maximale est atteinte en dimension 8 lorsque les centres des sphères forment un réseau de racines de type E_8, en dimension 24 lorsqu'ils forment un réseau de Leech. Dans les deux cas, ces réseaux sont les seuls (à similitude près) pour lesquels la densité de l'empilement de sphères correspondant est maximale.

Lillian PIERCE

The Vinogradov Mean Value Theorem, *after Bourgain, Demeter and Guth, and Wooley*

In 1770, Waring proposed the study of representing an integer as a sum of s perfect k–th powers. Over the past century, the Hardy–Littlewood circle method has been honed to produce an asymptotic for the number of such representations, with a central goal being to reduce the number of variables required. In the Hardy–Littlewood strategy, a critical step is to estimate a relevant exponential sum, which for the past seventy years has been approached via increasingly sophisticated versions of Vinogradov's mean value method. In recent years, Wooley has pushed the field ever closer to a final resolution of the main conjecture, called the Vinogradov Mean Value Theorem, via his efficient congruencing method. Now, by approaching the problem from the perspective of l^2 decoupling, Bourgain, Demeter and Guth have finally resolved the main conjecture. This lecture will survey these two approaches to the Vinogradov Mean Value Theorem, and several consequences for discrete restriction problems, Waring's problem, and the Riemann zeta function.

Frédéric ROUSSET

Solutions faibles de l'équation de Navier–Stokes des fluides compressibles, *d'après A. Vasseur et C. Yu*

Le but de l'exposé est de présenter un résultat d'existence globale de solutions faibles pour le système de Navier–Stokes des fluides compressibles avec des coefficients de viscosité dépendant de la densité. Dans le cas où ces coefficients sont constants, le résultat d'existence globale de solutions faibles est un résultat célèbre de P.-L. Lions. On décrira d'abord des travaux antérieurs de B. Desjardins et D. Bresch et de A. Mellet et A. Vasseur établissant des propriétés de stabilité des solutions faibles qui utilisent très finement la structure du système, puis on expliquera le procédé de construction de solution utilisé dans les travaux de Vasseur et Yu.