# Séminaire Nicolas Bourbaki

## Samedi 11 mars 2017

Stéphane GUILLERMOU

**Le problème de Riemann-Hilbert dans le cas irrégulier**, *d'après D'Agnolo, Kashiwara, Mochizuki, Schapira*

À un $\mathcal{D}$-module $\mathcal{M}$ (de façon grossière, un système d'EDP linéaires à coefficients holomorphes) sur une variété complexe $X$, on associe son faisceau de solutions holomorphes, $Sol(\mathcal{M})$. Si $\mathcal{M}$ est holonome (il contient "beaucoup" d'équations), alors $Sol(\mathcal{M})$ a des propriétés de finitude. Si de plus $\mathcal{M}$ est à singularités régulières, alors on sait depuis les années 80 que $Sol(\mathcal{M})$ détermine $\mathcal{M}$. Des travaux récents de D'Agnolo, Kashiwara, Mochizuki, Schapira permettent de traiter le cas holonome général.

David HERNANDEZ

**Avancées concernant les $R$-matrices et leurs applications**,
*d'après Maulik-Okounkov, Kang-Kashiwara-Kim-Oh*...

Les $R$-matrices sont les solutions de l'équation de Yang-Baxter. À l'origine de la théorie des groupes quantiques, elles peuvent être interprétées comme des opérateurs d'entrelacement. Très récemment, des avancées ont été réalisées indépendamment dans différentes directions. Maulik-Okounkov ont donné une approche géométrique des $R$-matrices avec de nouveaux outils de géométrie symplectique, les enveloppes stables. Kang-Kashiwara-Kim-Oh ont prouvé une conjecture de catégorification des algèbres amassées en s'appuyant de manière cruciale sur des $R$-matrices. Enfin, une meilleure compréhension de l'action des matrices de transfert issues de $R$-matrices a permis de démontrer plusieurs conjectures sur les systèmes intégrables quantiques associés.

Xiaonan MA

**Laplacien hypoelliptique géométrique et intégrale orbitale**, *d'après Bismut, Lebeau ... et Shen*

Il y a 15 ans, Bismut a donné une construction naturelle d'une théorie de Hodge, dont le laplacien est un opérateur hypoelliptique d'origine géométrique agissant sur l'espace total du fibré cotangent d'une variété riemannienne. Ce laplacien interpole entre le laplacien elliptique classique et le générateur du flot géodésique. Nous allons décrire des développements récents de la théorie du laplacien hypoelliptique, en particulier la formule explicite obtenue par Bismut pour intégrales orbitales, et le travail récent de Shen sur la solution pour les espaces localement symétriques de la conjecture formulée par Fried en 1986, qui prévoit l'égalité de la torsion analytique et de la valeur en 0 de la fonction zêta dynamique.

Patrick MASSOT

**Flexibilité en géométrie de contact en grande dimension**, *d'après Borman, Eliashberg et Murphy*

Les structures de contact sont des champs d'hyperplans apparaissant naturellement au bord de variétés symplectiques ou holomorphes et dont l'attrait provient d'un subtil mélange de rigidité et de flexibilité. Du côté rigide, les courbes holomorphes de Gromov démontrent, en toute dimension, que les invariants homotopiques ne suffisent pas à décrire les classes de déformation de structures de contact. Du côté flexible, dont il sera question dans cet exposé, Borman, Eliashberg et Murphy ont montré en 2014 l'existence, en toute dimension, d'une classe de structures de contact dont la géométrie est entièrement régie par la topologie algébrique. En particulier ils caractérisent homotopiquement les variétés portant des structures de contact.