

Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 15 JUIN 2019

Institut Henri Poincaré (amphi. Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

10h00 Marie THÉRET

Transition de phase abrupte en percolation via des algorithmes randomisés, d'après Duminil-Copin, Raoufi et Tassion

Le modèle de percolation classique est le suivant : pour un paramètre $p \in (0, 1)$ fixé, chaque arête du graphe \mathbf{Z}^d est conservée (resp. supprimée) avec probabilité p (resp. $1-p$), indépendamment des autres. Il présente une transition de phase à un paramètre p_c : si $p < p_c$ alors p.s. toutes les composantes connexes sont bornées, tandis que si $p > p_c$ alors p.s. il existe une unique composante connexe infinie. Cette transition de phase est abrupte, au sens où pour $p < p_c$, la probabilité que l'origine du graphe soit reliée à un point à distance n décroît vers 0 exponentiellement vite en n . Ce résultat fondamental est connu depuis les années 80 grâce aux travaux de Menshikov et d'Aizenman et Barsky. Dans cet exposé, nous présenterons une nouvelle preuve proposée par Duminil-Copin, Raoufi et Tassion et qui utilise des arbres de décisions. Leur approche est très robuste et peut s'adapter à de nombreuses variantes du modèle dans lesquelles le caractère abrupt de la transition de phase n'était pas encore prouvé.

11h30 András STIPSICZ

Manolescu's work on the triangulation conjecture

The triangulation conjecture (asking whether a manifold is necessarily a simplicial complex) has been recently resolved in the negative by Ciprian Manolescu. His proof is based on work of Galweski–Stern and Matumoto, reducing the problem to three- and four-dimensional topology. Manolescu solved the low-dimensional problem by developing a new version of Floer homology, resting on the Seiberg–Witten equations and a symmetry of these equations. The resulting $\text{Pin}(2)$ -equivariant theory turned out to be a rich source of invariants, and similar ideas have been applied in Heegaard Floer homology. In the lecture we intend to put the problems into context, indicate the solution of Manolescu and draw attention to further developments based on these ideas.

14h30 Oscar RANDAL-WILLIAMS

Homology of Hurwitz spaces and the Cohen–Lenstra heuristic for function fields, after Ellenberg, Venkatesh, and Westerland

Ellenberg, Venkatesh, and Westerland have established a weak form of the function field analogue of the Cohen–Lenstra heuristic, on the distribution of imaginary number fields with ℓ -parts of their class groups isomorphic to a fixed group. They first explain how this follows from an asymptotic point count for certain Hurwitz schemes, and then establish this asymptotic by using the Grothendieck–Lefschetz trace formula to translate it into a difficult homological stability problem in algebraic topology, which they nonetheless solve. I will explain their argument, focussing on their remarkable homological stability theorem for Hurwitz spaces.

16h00 Tristan RIVIÈRE

Infinité d'hypersurfaces minimales en basses dimensions, d'après Fernando Codá Marques, André Neves et Antoine Song

Une conjecture de Shing Tung Yau du début des années 80 pose le problème de l'existence d'une infinité de surfaces minimales (points critiques de la fonctionnelle d'aire) immergées dans une variété riemannienne tridimensionnelle compacte et sans bord donnée.

En explorant des problèmes de minmax sur les cycles \mathbf{Z}_2 , posés par Misha Gromov et Larry Guth, au moyen de la théorie des varifolds presque minimisants de Frederick Almgren et Jon Pitts, Fernando Codá Marques et André Neves ont apporté une réponse positive à la conjecture de Yau et sa généralisation aux hypersurfaces minimales dans le cas des variétés de dimensions inférieures ou égales à 7, tout d'abord sous des hypothèses de courbures de Ricci strictement positives puis, en collaboration avec Kei Irie, pour des métriques génériques. Enfin, en 2018, Antoine Song a résolu la conjecture dans sa plus grande généralité, pour des métriques quelconques, en dimension inférieure ou égale à 7.

Dans cet exposé, nous nous efforcerons de décrire l'ensemble de ces travaux ainsi que les perspectives futures dans le calcul des variations de l'aire.