

Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 25 JANVIER 2020

Institut Henri Poincaré (amphi. Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

10h00 Javier FRESÁN

Théorie de Hodge et o-minimalité,
d'après Bakker, Brunenbarbe, Klingler et Tsimerman

Une famille de variétés projectives lisses paramétrées par une variété complexe S donne lieu, par le biais de la théorie de Hodge, à une application holomorphe de S vers un quotient d'un ouvert d'une variété de drapeaux. Bien que la cible admette rarement une structure algébrique, ces applications dites de périodes ont un comportement modéré à l'infini : elles sont définissables dans la structure o-minimale engendrée par les fonctions analytiques restreintes et l'exponentielle réelle. J'expliquerai ce théorème et quelques-unes de ses applications : une nouvelle démonstration de l'algébricité des lieux de Hodge et une démonstration d'une conjecture de Griffiths selon laquelle les images des applications de périodes sont des variétés quasi-projectives. Une partie des résultats repose sur des progrès en géométrie o-minimale, notamment un théorème de type GAGA généralisant le théorème de Chow o-minimal de Peterzil-Starchenko.

11h30 Nicolas THOLOZAN

Phénomènes de type Ratner dans les variétés hyperboliques de volume infini,
d'après McMullen, Mohammadi, Oh, Benoist, . . .

Parmi les nombreuses applications des travaux de Ratner sur l'équidistribution des flots unipotents, on trouve le théorème suivant : Soit M une 3-variété hyperbolique complète de volume fini. Alors toute surface totalement géodésique immergée dans M est soit fermée (et donc proprement immergée), soit dense dans M .

L'exposé présentera certains résultats récents de McMullen, Mohammadi, Oh et Benoist qui généralisent ce théorème à une large classe de variétés hyperboliques de volume infini : les variétés *géométriquement finies* et *acyclindriques*. Leurs arguments s'inspirent de ceux développés par Margulis dans sa résolution de la conjecture d'Oppenheim.

14h30 Maxime INGREMEAU

Volumes des ensembles nodaux de fonctions propres du laplacien,
d'après Logunov et Malinnikova

Nous présenterons les travaux récents de Logunov et Malinnikova sur la conjecture de Yau. Celle-ci affirme que, sur une variété Riemannienne compacte (X, g) de dimension d , le lieu d'annulation d'une fonction propre de l'opérateur de Laplace-Beltrami de valeur propre λ possède une mesure de Hausdorff $(d-1)$ -dimensionnelle comprise entre $c\sqrt{\lambda}$ et $C\sqrt{\lambda}$, où c et C sont des constantes ne dépendant que de la variété (X, g) . Cette conjecture a été prouvée lorsque (X, g) est une variété analytique par Donnelly et Feffermann. Lorsque (X, g) est une surface non analytique, la borne inférieure a été obtenue par Brüning, tandis que Donnelly et Feffermann ont montré une borne supérieure en $\lambda^{3/4}$. Toutefois, sur une variété non-analytique de dimension ≥ 3 , les résultats connus étaient beaucoup moins précis : les meilleures bornes inférieures disponibles ne tendaient pas vers l'infini quand $\lambda \rightarrow +\infty$, et les meilleures bornes supérieures (obtenues par Hardt et Simon) croissaient exponentiellement avec λ . En introduisant des arguments de nature combinatoire, Logunov et Malinnikova ont montré la borne inférieure de la conjecture en toute dimension, et ont obtenu des bornes supérieures polynomiales.

16h00 Pierre-Antoine GUIHÉNEUF

Théorie de forçage des homéomorphismes de surface,
d'après Le Calvez et Tal

En 1912 Brouwer publiait son théorème de translation, qui implique par exemple qu'un homéomorphisme du plan préservant l'orientation et ayant un point périodique possède aussi un point fixe. Ce théorème a donné lieu à bon nombre de développements, débouchant entre autres sur l'obtention par Le Calvez d'un feuilletage de Brouwer équivariant pour les homéomorphismes de surface homotopes à l'identité. Récemment, Le Calvez et Tal ont utilisé ce feuilletage pour construire une théorie de forçage par essence topologique qui, à l'instar du théorème de Brouwer, permet de déduire l'existence de nouvelles orbites à partir de certaines propriétés dynamiques de l'homéomorphisme. L'exposé décrira les principes généraux de cette théorie, ainsi que quelques unes de ses très nombreuses applications.