Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 28 MARS 2020

Institut Henri Poincaré (amphi. Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

11h00 Thomas BLOOM
Quantitative Inverse theory of Gowers uniformity norms, *after F. Manners*

Gowers uniformity norms are the central object of higher-order Fourier analysis, one of the cornerstones of additive combinatorics, and play an important role in both Gowers' proof of Szemerédi's theorem and the Green-Tao theorem. The inverse theorem states that if a function has a large uniformity norm, which is a robust combinatorial measure of structure, then it must correlate with a nilsequence, which is a highly structured algebraic object. This was proved in a qualitative sense by Green, Tao, and Ziegler, but with a proof that was incapable of providing reasonable bounds. In 2018 Manners achieved a breakthrough by giving a new proof of the inverse theorem. Not only does this new proof give a wealth of new insights but it also, for the first time, provides quantitative bounds, that are at worst only doubly exponential. This talk will give a high-level overview of what the inverse theorem says, why it is important, and the new proof of Manners.

14h30 Ilaria MONDELLO
Structure des espaces limites des variétés non effondrées à courbure de Ricci minorée, *d'après J. Cheeger, W. Jiang et A. Naber*

Grâce au célèbre théorème de pré-compacité démontré par Gromov en 1981, nous savons que toute suite de variétés à courbure de Ricci minorée possède une sous-suite convergente vers un espace métrique en topologie de Gromov-Hausdorff pointée. Depuis lors, de nombreux mathématiciens, Anderson, Bando, Kasue, Nakajima, Cheeger, Colding, Tian, ont exploré la structure de cet espace limite, en particulier dans le cas de variétés à courbure de Ricci bornée, non effondrées, c'est-à-dire dont le volume de la boule unitaire est uniformément minoré. Les récents travaux de Cheeger, Jiang et Naber ont permis des avancées significatives dans la compréhension de la géométrie des espaces limites non effondrés. Ils ont ainsi démontré que, pour une suite de variétés à courbure de Ricci bornée, et sans hypothèse supplémentaire sur la courbure de Riemann, le lieu singulier est de codimension au moins quatre et de mesure d'Hausdorff correspondante finie (conjecture de la codimension quatre). Pour une suite de variétés dont la courbure de Ricci est seulement minorée, ils ont prouvé la rectifiabilité du lieu singulier et l'unicité presque partout des cônes tangents, ce qui améliore grandement les résultats connus sur les singularités de l'espace limite.

16h00 Sylvain MAILLOT
Flot de Ricci et difféomorphismes de variétés de dimension 3,
d'après R. Bamler et B. Kleiner

R. Bamler et B. Kleiner démontrent que si M est une variété de dimension 3 compacte admettant une métrique riemannienne à courbure constante strictement positive, alors l'injection canonique du groupe d'isométries de cette métrique dans le groupe de difféomorphismes de M est une équivalence d'homotopie. Leur méthode est basée sur la notion de flot de Ricci singulier développée par B. Kleiner et J. Lott, et donne une nouvelle preuve de la conjecture de Smale, démontrée par Hatcher en 1983, dans le cas de S^3. Elle permet également de prouver que l'espace des métriques à courbure scalaire strictement positive sur une variété de dimension 3 compacte est vide ou contractile, ce qui améliore un résultat obtenu par F. Coda Marques en 2012.